

202002–202003

Examen Probabilités  
du 1er Avril 2003

Nom : \_\_\_\_\_

Prénom : \_\_\_\_\_

Groupe: \_\_\_\_\_

Note :

2 heures

Il vous est demandé de répondre sur la copie avec clarté, concision et rigueur. Certaines réponses peuvent être beaucoup plus courtes que le nombre de lignes pourrait le laisser supposer.

A titre indicatif non contractuel, le barème est de 2 points pour chacune des 11 questions.

## 1 Ceci n'est pas un QCM

Un QCM est composé de 20 questions. Pour chaque question 4 réponses sont proposées et une seule est correcte.

1. Le candidat FEIGNASSON ne connaît la réponse d'aucune des questions et décide de répondre au hasard. Soit  $X$  la variable aléatoire égale au nombre de réponses justes. Déterminer la loi de  $X$ , son espérance et variance?

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

2. Combien de points doivent être attribués à une bonne réponse, et à une mauvaise

réponse pour qu'un candidat ayant répondu parfaitement aux questions obtienne 20 points, tandis qu'un candidat qui ne connaît la réponse d'aucune des questions et répond au hasard obtienne en moyenne 0?

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

3. Le candidat PLUTOTBON connaît la réponse dans 80 pour cent des cas. Donnez la probabilité que l'étudiant PLUTOTBON connaisse la réponse si il donne le bon choix.

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## 2 Mise en boites

On veut placer au hasard  $M$  balles dans  $N$  boites. On cherche à savoir comment les différentes boites vont tre remplies.

1. Soit  $X_i$  la variable aléatoire qui compte le nombre de balles dans la boite  $i$ . Déterminez l'esperance de cette loi.

---

---

---

- 
- 
2. Déterminer la variance de la loi  $X_i$  (pour cela vous pouvez exprimer  $X_i$  en fonction de  $M$  variables aléatoires  $x_j$  valant 1 si la balle  $j$  a été mise dans la boîte  $i$  et 0 sinon).

### 3 Exam encore ...

Le temps au bout duquel les étudiants rendent leur copie lors d'un examen de 1 heure est défini par une variable aléatoire dont la fonction de densité est :

$$f(y) = c * y^2 + y \text{ si } 0 \leq y \leq 1 \text{ et } 0 \text{ sinon}$$

1. Déterminez  $c$ .

2. Déterminez  $F(y)$ .

3. Trouvez la probabilité qu'un étudiant rende sa copie en moins d'une demi heure.

---

---

---

4. Sachant qu'un certain étudiant n'est pas assez rapide (ou inconscient) pour rendre sa copie en moins de 30 mn, trouvez la probabilité qu'il ait besoin d'au moins 45 minutes.

---

---

---

---

---

## 4 Plongée sous-marine

La profondeur atteinte par le plongeur en apnée *G. Pied* est la variable aléatoire  $X$  de loi normale  $N(m, \sigma)$ . Des mesures effectuées sur un nombre significatif de plongées ont permis d'établir que  $P(|X - m| < 1) = 0,25$  et que  $P(X > 117) = 0,01$ .

1. Déterminer les valeurs de  $m$  et  $\sigma$ .

---

---

---

---

---

2. Pour un autre plongeur, *G. Paspied*, on effectue une série de mesures sur la variable aléatoire  $Y$  qui représente la différence entre la profondeur atteinte par le plongeur *G. Paspied* et 100 mètres. Les mesures effectuées donnent  $P(Y < 0) = 0,3$  et  $P(Y < 10) = 0,5$ .

En supposant que  $Y$  est la loi normale  $N(m', \sigma')$ , quel est en moyenne le meilleur plongeur et quel est le plus régulier?

---

---

---

---

---

---

---

## 5 Loi de Poisson

Tracer la courbe représentative d'une loi de Poisson.