Nom :
Prénom :
Groupe:

Université de Nice-Sophia Antipolis
École Supérieure en Sciences Informatiques

2004–2005

Controle de Mathématiques Discrètes
du 29 Septembre 2004

Aucun document autorisé

Note :

Durée : 25 minutes

1	
2	
3	
4	

Toutes vos réponses doivent être justifiées par une démonstration ou un contre-exemple.

1 Récurrence simple

Soit k un entier naturel quelconque, montrer par récurrence, que $(k+1)^n - 1$ est un multiple de k, pour tout n, entier naturel.

2 Ordre?

La relation d'égalité est elle une relation d'ordre?

3 Désordre?

Soit (E,$\leq$) un ensemble ordonné. Soit R la relation sur $\mathcal{P}(E) \setminus \{\varnothing\}$ définie par : $ARB \Leftrightarrow \forall a \in A, \forall b \in B, a \leq b$. La relation R est-elle une relation d'ordre? Si oui, est ce un ordre total ou partiel ?

4 Des ordres?

Soit $E = \{a,b,c,d\}$. On considère les relations binaires sur E, R_1,R_2 et R_3 définies par $xR_iy \Leftrightarrow (x,y) \in \mathcal{R}_i$ avec $\mathcal{R}_1 = \{(a,b),(a,c),(a,d)\}$, $\mathcal{R}_2 = \{(a,b),(b,c),(d,d)\}$,et $\mathcal{R}_3 = \{(a,b),(b,c),(b,d),(d,a)\}$.

- R_1, R_2 et R_3 sont-elles des relations d'ordre ?
- Est-il possible de compléter $\mathcal{R}_1$, $\mathcal{R}_2$ et $\mathcal{R}_3$ pour que R_1 , R_2 et R_3 deviennent des relations d'ordre? Si c'est possible, déterminer $\mathcal{R}'_i$ le plus petit ensemble contenant $\mathcal{R}_i$, et tel que R'_i soit un ordre.