Nom :
Prénom :
Groupe:

Université de Nice-Sophia Antipolis
École Supérieure en Sciences Informatiques

2004–2005

Contrôle de Mathématiques Discrètes
du 6 octobre 2004

Durée : 25 minutes

1	
2	
3	
4	

1

On dit que *le pays a est supérieur au pays b* si $a = b$ ou si a a obtenu strictement plus de médailles que b aux Jeux Olympiques d'Athènes en 2004. Justifier que cette relation est un ordre partiel.

Que dire de deux pays non comparables?

2

La relation d'égalité est elle une relation d'ordre bien fondé ?

3

Une relation d'ordre est telle que toute partie de n éléments contient n éléments maximaux. Donner un exemple d'une telle relation.

Est-ce qu'il y en a d'autres?

4

Soit (E,$\leq$) un ensemble ordonné (l'ordre $\leq$ est de plus total). Soit R la relation sur $\mathcal{P}(E) \setminus \{\varnothing\}$ définie par : $ARB \Leftrightarrow \forall a \in A, \exists b \in B, a \leq b$. La relation R est-elle une relation d'ordre?

5

Une relation d'ordre est telle que pour tout élément x, il y a un nombre fini d'éléments inférieurs à x. Cette relation est-elle un ordre bien fondé?

6

Sur l'ensemble des disques du plan, on définie une relation $\leq$ par $d \leq d'$ si le disque d est inclus dans le disque d'. Est-ce une relation d'ordre bien fondé?

7

Soit $E = \{a,b,c,d\}$. On considère l'ordre strict sur E, R_1 défini par $xR_1y \Leftrightarrow (x,y) \in \mathcal{R}_1$ avec $\mathcal{R}_1 = \{(a,b),(a,c),(a,d)\}$.

- E a-t-il un plus petit élément?
- E a-t-il un plus grand élément?
- Donner un sous-ensemble de E n'ayant ni plus petit, ni plus grand élément ?
- Représenter par un dessin l'ordre strict sur R_1

8

Soit $E = \{a,b,c\}$, on sait que l'inclusion $\subseteq$ est un ordre partiel sur l'ensemble des parties de E, $P(E)$. Comment complèter l'inclusion dans ce cas particulier, pour obtenir un ordre total?

9

Donner un exemple de relation d'ordre qui ne soit aucun de ceux abordés en cours/TD.