Nom :

Prénom :

Groupe:

Université de Nice-Sophia Antipolis
École Supérieure en Sciences Informatiques

2004–2005

Contrôle de Mathématiques Discrètes
du 4 Novembre 2004

1

On veut définir de façon inductive une fonction inductive de E dans F. Que doit on connaître sur E?

Il faut connaître un schéma inductif libre définissant E.

2

Soit $EcrituresBin$ l'ensemble des ecritures en base 2 (sans zéro inutile en tête).
Définir inductivement la fonction (sans faire appel à la fonction val)
$Suivant : EcrituresBin \to EcrituresBin$
telle que $Suivant(m)$ soit l'écriture binaire de $val(m) + 1$
Donner aussi un code récursif.

- $Suivant(0) = 1$
- $Suivant(1) = 2$
- *Pour* $m \neq 0$, $Suivant(m0) = m1$
- *Pour* $m \neq 0$, $Suivant(m1) = Suivant(m)0$

Pour le code recursif voir `EcritureBinaire.java`

3

Définir inductivement la fonction (sans faire appel à la fonction val)
$Sup : \{0,1\}^* \text{ x } \{0,1\}^* \to \{vrai,faux\}$
telle que $Sup(m,m')$ est vraie si et seulement si $val(m) \geq val(m')$
Donner aussi un code récursif.

- *Sup(m,ϵ)= vrai*
- *Sup(ϵ,1m')= faux*
- *Sup(ϵ,0m')= faux*
- *Sup(0m,0m')=Sup(m,m')*

  - *Sup(0m,1m')= faux si longueur (m)$\leq$ longueur (m')*
  - *Sup(0m,1m')= Sup(m,1m) si longueur (m)$>$ longueur (m')*

  - *Sup(1m,0m')= vrai si longueur (m)$\geq$longueur (m')*
  - *Sup(1m,0m')= Sup(1m,m') si longueur (m)$<$longueur (m')*

  - *Sup(1m,1m')= faux si longueur (m)$<$ longueur (m')*
  - *Sup(1m,1m')= vrai si longueur (m)$>$ longueur (m')*

– *Sup(1m,1m')= Sup(m,m') si longueur (m)= longueur (m')*

Deuxième solution

– *Sup(m0,m'0)=Sup(m,m')*
– *Sup(m1,m'1)=Sup(m,m')*
– *Sup(m0,m'1)=Sup(m,suivant(m'))*
– *Sup(m1,m'0)=Sup(m,m')*
– *Sup (m,*ϵ*)= vrai*
– *Sup(*ϵ*,m1)=faux*
– *Sup (*ϵ*,m0)=Sup(*ϵ*,m)*

Troisième solution valable sur l'ensemble EcrituresBin$\times$*EcrituresBin et non sur* $\{0,1\}^*\times\{0,1\}^*$.

– *Sup(m,0)= vrai*
  – *Sup(m,suivant(n))= faux si m = n*
  – *Sup(m,suivant(n))= Sup(m,n) sinon*

en utilisant le schéma suivant

– *Base = {(0,0)}*
– *(m,0)* $\rightarrow$*(suivant(m),0)*
– *(m,n)* $\rightarrow$*(m,suivant(n))*

```
code laissé à l'imagination du lecteur....
```

NB. Il est clair que cette question n'était pas très facile et il en a été tenu compte lors de la correction.

4

Définir inductivement la fonction (sans faire appel à la fonction val)
Mul : $EcrituresBin$ x $EcrituresBin \rightarrow EcrituresBin$
telle que $mul(m,m')$ soit l'ecriture binaire de $val(m) * val(m')$
Donner aussi un code récursif.

– $Mul(m,0) = 0$
– $Mul(m,1) = m$
– *Pour* $m' \neq 0$, $Mul(m,m'0) = Mul(m,m')0$
– *Pour* $m' \neq 0$, $Mul(m,m'1) = \Sigma(Mul(m,m')0,m)$

Pour le code recursif voir ***EcritureBinaire.java***

5

Soit A un alphabet, définir inductivement la fonction
$fairePalindrome : A^* \rightarrow A^*$
telle que $fairePalindrome(m)$ est le mot palindrome dont la moitié gauche est m. Par exemple, $fairePalindrome(abc) = abccba$
Donner aussi un code récursif.

– $fairePalindrome(\epsilon) = \epsilon$
– $fairePalindrome(am) = amfairePalindrome(m)a$

```
 public mot fairePalindrome (mot m){
  if (m.vide()) {return m ;}
  return m.pL().concat(fairePalindrome()).concat(m.pL()) ;
}
```

6

Soit A un alphabet, définir inductivement la fonction
$Prefixe : A^*xA^* \rightarrow \{faux,vrai\}$
telle que $Prefixe(m,m')$ est vraie si et seulement si m est un prefixe de m'.
Donner aussi un code récursif.

- $Prefixe(\epsilon,m') = vrai$
- *Si* $m \neq \epsilon$, $Prefixe(m,\epsilon) = \epsilon$
- $Prefixe(am,bm') = ((a = b)\ et\ Prefixe(m,m'))$

```
public boolean prefixe (mot m, mot m'){
if (m.vide()) {return true ;}
if (m'.vide()) {return false ;}
return (m.pL()==m'.pL())&& prefixe(m.fM(),m'fM());
}
```