

2004-2005

Contrôle de Mathématiques Discrètes
du 4 Novembre 2004

Nom : _____

Prénom : _____

Groupe: _____

Aucun document autorisé

Note :

1

On veut définir de façon inductive une fonction inductive de E dans F . Que doit on connaître sur E ?

Il faut connaître un schéma inductif libre définissant E .

2

Soit $EcrituresBin$ l'ensemble des écritures en base 2 (sans zéro inutile en tête).

Définir inductivement la fonction (sans faire appel à la fonction val)

Suivant : $EcrituresBin \rightarrow EcrituresBin$

telle que *Suivant*(m) soit l'écriture binaire de $val(m) + 1$

Donner aussi un code récursif.

- *Suivant*(0) = 1
- *Suivant*(1) = 2
- Pour $m \neq 0$, *Suivant*($m0$) = $m1$
- Pour $m \neq 0$, *Suivant*($m1$) = *Suivant*(m)0

Pour le code récursif voir EcritureBinaire.java

3

Définir inductivement la fonction (sans faire appel à la fonction val)

Sup : $\{0,1\}^* \times \{0,1\}^* \rightarrow \{vrai, faux\}$

telle que *Sup*(m, m') est vraie si et seulement si $val(m) \geq val(m')$

Donner aussi un code récursif.

- *Sup*(m, ϵ) = *vrai*
- *Sup*($\epsilon, 1m'$) = *faux*
- *Sup*($\epsilon, 0m'$) = *faux*
- *Sup*($0m, 0m'$) = *Sup*(m, m')
- *Sup*($0m, 1m'$) = *faux* si longueur (m) \leq longueur (m')
- *Sup*($0m, 1m'$) = *Sup*($m, 1m'$) si longueur (m) $>$ longueur (m')

- $Sup(1m, 0m') = \text{vrai si longueur}(m) \geq \text{longueur}(m')$
- $Sup(1m, 0m') = Sup(1m, m')$ si $\text{longueur}(m) < \text{longueur}(m')$
- $Sup(1m, 1m') = \text{faux si longueur}(m) < \text{longueur}(m')$
- $Sup(1m, 1m') = \text{vrai si longueur}(m) > \text{longueur}(m')$
- $Sup(1m, 1m') = Sup(m, m')$ si $\text{longueur}(m) = \text{longueur}(m')$

Deuxième solution

- $Sup(m0, m'0) = Sup(m, m')$
- $Sup(m1, m'1) = Sup(m, m')$
- $Sup(m0, m'1) = Sup(m, \text{suivant}(m'))$
- $Sup(m1, m'0) = Sup(m, m')$
- $Sup(m, \epsilon) = \text{vrai}$
- $Sup(\epsilon, m1) = \text{faux}$
- $Sup(\epsilon, m0) = Sup(\epsilon, m)$

Troisième solution valable sur l'ensemble $EcrituresBin \times EcrituresBin$ et non sur $\{0,1\}^* \times \{0,1\}^*$.

- $Sup(m, 0) = \text{vrai}$
- $Sup(m, \text{suivant}(n)) = \text{faux si } m = n$
- $Sup(m, \text{suivant}(n)) = Sup(m, n)$ sinon

en utilisant le schéma suivant

- $Base = \{(0,0)\}$
- $(m,0) \rightarrow (\text{suivant}(m), 0)$
- $(m,n) \rightarrow (m, \text{suivant}(n))$

code laissé à l'imagination du lecteur....

NB. Il est clair que cette question n'était pas très facile et il en a été tenu compte lors de la correction.

4

Définir inductivement la fonction (sans faire appel à la fonction val)

$Mul : EcrituresBin \times EcrituresBin \rightarrow EcrituresBin$

telle que $mul(m, m')$ soit l'écriture binaire de $val(m) * val(m')$

Donner aussi un code récursif.

- $Mul(m, 0) = 0$
- $Mul(m, 1) = m$
- Pour $m' \neq 0$, $Mul(m, m'0) = Mul(m, m')0$
- Pour $m' \neq 0$, $Mul(m, m'1) = \Sigma(Mul(m, m')0, m)$

Pour le code récursif voir *EcritureBinaire.java*

5

Soit A un alphabet, définir inductivement la fonction

$fairePalindrome : A^* \rightarrow A^*$

telle que $fairePalindrome(m)$ est le mot palindrome dont la moitié gauche est m . Par exemple,

$fairePalindrome(abc) = abccba$

Donner aussi un code récursif.

- $fairePalindrome(\epsilon) = \epsilon$
- $fairePalindrome(am) = amfairePalindrome(m)a$

```
public mot fairePalindrome (mot m){
  if (m.vide()) {return m ;}
  return m.pL().concat(fairePalindrome()).concat(m.pL()) ;
}
```

6

Soit A un alphabet, définir inductivement la fonction

$Prefixe : A^*xA^* \rightarrow \{faux,vrai\}$

telle que $Prefixe(m,m')$ est vraie si et seulement si m est un préfixe de m' .

Donner aussi un code récursif.

- $Prefixe(\epsilon,m') = vrai$
- Si $m \neq \epsilon$, $Prefixe(m,\epsilon) = faux$
- $Prefixe(am,bm') = ((a = b) \text{ et } Prefixe(m,m'))$

```
public boolean prefixe (mot m, mot m'){
  if (m.vide()) {return true ;}
  if (m'.vide()) {return false ;}
  return (m.pL()==m'.pL())&& prefixe(m.fM(),m'.fM());
}
```