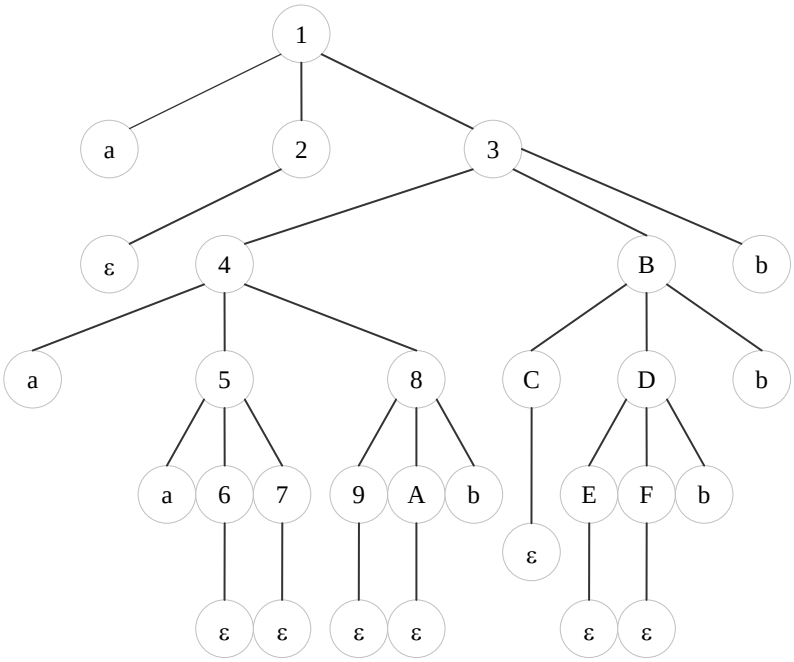
Un corrigé pour le devoir 7



Le problème est d'énumérer toutes les manières d'ordonner tous les nœuds internes de l'arbre de dérivation, de sorte que tout fils passe après son père.
Dans la figure du haut, l'arbre de dérivation associé, dans lequel les variables S sont remplacés par une numérotation (en hexa …) obtenue par la dérivation gauche. C'est cette numérotation qui nous servira de référence dans tableau.

L'idée est la suivante : si on compte pour chaque nœud le nombre de dérivations à effectuer c.à.d. le nombre de nœuds internes (noté *nd*) sur le sous arbre droite et sur le sous arbre gauche, ainsi que le nombre de différents ordres (noté *no*) qu'on peut avoir, alors on peut calculer de manière récursive de la manière suivante :

$nd(père) = nd(fils_1) + nd(fils_2) + 1$

$$no(père) = no(fils_1) \times no(fils_2) \times \begin{pmatrix} nd(fils_1) + nd(fils_2) \\ nd(fils_1) \end{pmatrix}$$

En effet on peut choisir indépendamment l'ordre dans chaque sous arbre et il faut mélanger les dérivations des deux sous arbres, et ceci pour chaque ordre interne.

nœud	$fils_1$	$fils_2$	*no*	*nd*
1	2	3	7 096 320	15
2			1	1
3	4	B	506 880	13
4	5	8	80	7
5	6	7	2	3
6			1	1
7			1	1
8	9	A	2	3
9			1	1
A			1	1
B	C	D	8	5
C			1	1
D	E	F	2	3
E			1	1
F			1	1